

Desain Kontrol *Tracking Sudut Yaw* Pada AUV Menggunakan *State Dependent Riccati Equations (SDRE)-LQT*

Muhammad Hasan Basri

Fakultas Teknik Prodi Teknik Elektro Universitas Nurul Jadid
Paiton, Probolinggo
hasanmohammadbasri83@gmail.com

Abstrak

Dalam merealisasikan permasalahan control *tracking* sudut *yaw* pada AUV, penggunaan metode *State Dependent Riccati Equations* berdasarkan *Linear Quadratic Tracking (SDRE-LQT)* direalisasikan. Algoritma ini menghitung perubahan permasalahan *tracking* sudut *yaw* melalui perhitungan perubahan parameter dari *Autonomous Underwater Vehicle (AUV)* secara *online* dengan *Algebraic Riccati Equations*. Sehingga sinyal kontrol yang diberikan ke *plant* dapat mengikuti perubahan kondisi dari *plant* itu sendiri. Metode control SDRE-LQT bekerja dengan cukup baik ketika ada faktor non linearitas dari sistem, yaitu pengaruh dari sudut *roll* dan sudut *pitch* yang mempengaruhi *state* sudut *yaw*, yang menyebabkan timbulnya *overshoot* dan *undershoot*, dimana kontroler SDRE-LQT mampu mengendalikan sudut *yaw* AUV sesuai dengan perubahan sinyal referensi yang diberikan dengan *error steady state* kecil, yaitu $e = -0.01282\%$.

Kata kunci: AUV, *Tracking Control*, SDRE-LQT

Abstract

In realizing yaw angle control tracking on AUV, the use of the State Dependent Riccati Equations method based on Linear Quadratic Tracking (SDRE-LQT) is realized. This algorithm calculates changes in yaw angle tracking problems through calculation of parameter changes from online AUV with Algebraic Riccati Equations. So that the control signal given to the plant can follow the changing conditions of the plant itself. The SDRE-LQT control method works quite well when there is a nonlinearity factor of the system, namely the influence of the roll angle and pitch angle that affects the yaw angle state, which causes overshoot and undershoot, where the SDRE-LQT controller is able to control the AUV yaw angle in accordance with changes in the reference signal given with a small steady state error, $e = -0.01282\%$.

Keywords: AUV, *Tracking Control*, SDRE-LQT

1. PENDAHULUAN

Perkembangan *Autonomous Underwater Vehicle (AUV)* sudah semakin luas fungsinya, terutama untuk tugas-tugas militer di bawah air yang berbahaya, seperti pengawasan, pencarian dan penyelamatan. Tidak hanya untuk tugas-tugas militer, AUV yang juga dapat digunakan untuk tugas-tugas ilmiah, yaitu memetakan kondisi bawah air, mendeteksi sumber daya minyak, pemeliharaan air dan inspeksi, dan *underwater surveys* (Helgason, 2012; Refsnes, 2007). Strategi control *State Dependent Riccati Equation (SDRE)* telah banyak diketahui dan menjadi sangat populer dikalangan komunitas control belakangan ini, penggunaan Algoritma ini sangat efektif untuk mendeteksi permasalahan *non linear feed back control* dengan mempertimbangkan non linearitas *state* dari sistem tersebut.

Pada penulisan ini, model AUV yang digunakan adalah model dengan bentuk torpedo. Model ini menggunakan lima aktuator, yaitu dua aktuator untuk sterln, dua aktuator untuk *rudder* dan satu aktuator berfungsi sebagai pemberi gaya dorong (*Thrust*). Meskipun AUV memiliki

struktur yang sederhana, tetapi dalam mengontrol gerak dari AUV tidaklah mudah, hal itu dikarenakan AUV memiliki karakteristik *non linear*, MIMO, parameter *uncertainty* (Bian, Qu, Yan, & Zhang, 2010; Fossen, 2011; Sutarto & Budiyo, 2011; Yildiz, Yilmaz, & Gokalp, 2009; Yuh, 1994, 2000). Parameter *uncertainty* pada AUV merupakan parameter pada dinamika AUV yang berubah terhadap waktu (*time varying*). Perubahan dinamika terhadap waktu tersebut dikarenakan karakteristik dari struktur desain AUV, dimana karakteristik tersebut ditentukan oleh *hydrodynamic forces* ketika AUV melewati suatu aliran *hydro* atau air (Fossen, 2011; Sutarto & Budiyo, 2011; Yang, 2007).

Arah sudut *yaw* merupakan ukuran utama dalam mengatur gerak horizontal pada AUV, gerakan tersebut didefinisikan melalui persamaan *steering* (Fossen, 2011). Persamaan tersebut digunakan untuk mendefinisikan gerak horizontal 2D. pendefinisian tersebut digunakan untuk memudahkan dalam menghitung variabel *state* apa saja yang diperlukan dalam menganalisa gerak horizontal dan diperlukan untuk kebutuhan penurunan hukum kontrol *steering* (Fossen, 1994, 2011; Yang, 2007). Penurunan hukum kontrol *steering* tersebut digunakan untuk mendesain *tracking control* sudut *yaw* pada AUV. *tracking control* pada sudut *yaw* tersebut digunakan untuk mengatur arah dari sudut *yaw* AUV agar sesuai dengan sinyal referensi *yaw* yang diberikan. Kompleksitas dalam mendesain *tracking control* sudut *yaw* akibat karakteristik-karakteristik dari dinamika AUV menjadi permasalahan yang tidak mudah dipecahkan, sehingga menjadi tantangan para peneliti dalam mendesainnya (Fossen, 2002).

Dari permasalahan yang dijelaskan sebelumnya, maka dibutuhkan sebuah metode untuk mengatasi permasalahan nonlinearitas dan *uncertainty parameter* menggunakan kontrol SDRE, namun untuk dapat diaplikasikan pada *task* berupa *geometry path*, AUV membutuhkan kontrol *tracking* agar bisa meminimalkan *cross track error*, maka kontrol *tracking* yang digunakan adalah LQT dengan struktur sistem servo 1. Dengan demikian, pada penelitian ini akan diusulkan kontrol SDRE-LQT pada subsistem GNC pada AUV.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Dari berbagai pustaka yang dikaji, ada beberapa poin kekurangan pada penelitian sebelumnya, yaitu belum adanya kajian tentang pengembangan kontrol *tracking* yang mempertimbangkan parameter *uncertainty* dengan pemodelan secara matematika. (Bian et al., 2010; Sutarto & Budiyo, 2011; Yuh, 1994) lebih terfokus pada bagaimana menyelesaikan masalah Perubahan dinamika terhadap waktu tersebut dikarenakan karakteristik dari struktur desain AUV. *Uncertainty* dan *environmental forces* merupakan permasalahan yang mendasari arah gerak AUV pada bidang horizontal. Sehingga pada penelitian ini akan diusulkan kontrol SDRE-LQT pada subsistem GNC pada AUV.

Pada penelitian ini diperlukan beberapa teori atau metode sebagai penunjang dalam penelitian kontrol *tracking sudut yaw* pada AUV menggunakan *State Dependent Riccati Equations* (SDRE)-LQT. Teori tersebut diantaranya adalah dinamika AUV, *hydrodynamic forces*, *environmental forces*, *Line of Sight Algorithm*, SDRE-LQT.

3. METODE PENELITIAN

Perancangan dinamika AUV di transformasikan dalam bentuk matrik agar dapat di simulasikan menggunakan *software* matlab, perancangan dinamika AUV dan perancangan keseluruhan sistem control dari model *nonlinear* dalam bentuk matrik, yaitu:

$$\dot{\eta} = J(\eta)v \quad (1)$$

$$M\dot{v} + C(v)v + D(v)v + g(\eta) + g_0 = \tau + \tau_{win} + \tau_{wave} \quad (2)$$

Hasil dari penjabaran persamaan umum gerak 6 derajat kebebasan diatas, maka didapatkan 3 persamaan untuk gerak horizontal yaitu *surge*, *sway* dan *yaw*.

Gerak Surge

$$X = m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] \quad (3)$$

Gerak Sway

$$Y = m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(pq + \dot{r})] \quad (4)$$

Gerak Yaw

$$Y = m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(pq + \dot{r})] \quad (5)$$

Sedangkan untuk sisi sebelah kanan persamaan (2) dapat dilihat pada persamaan (6) sampai dengan Persamaan (8):

Gerak Surge

$$X = X_{HS} + X_{u|u}|u| + X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{uv}u\dot{v} + X_{uw}u\dot{w} + X_{q|q}|q| + X_{vr}vr + X_{w|w}|w| + X_{wq}w\dot{q} + X_{qq}q\dot{q} + X_{rr}r\dot{r} + X_{prop} \quad (6)$$

Gerak Sway

$$Y = Y_{HS} + Y_{v|v}|v| + Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_r\dot{r} + Y_{ur}ur + Y_{wp}wp + Y_{pq}pq + Y_{uv}uv + Y_{uu}\delta_r u^2 (\delta_{r_{top}} + \delta_{r_{bottom}}) \quad (7)$$

Gerak Yaw

$$N = N_{HS} + N_{uu}\delta_s u^2 \delta_s + N_{ur}ur + N_{uv}uv + N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{wp}wp + N_{pq}pq + N_r\dot{r} \quad (8)$$

3.1 Perancangan Dinamika AUV

Pada tahap perancangan dinamika AUV dilakukan dengan cara memodelkan persamaan (1) dan Persamaan (2) dalam bentuk matrik. Permodelan ini bertujuan untuk mengetahui dinamika AUV, sehingga dapat mempermudah dalam perancangan kontroler. Langkah pertama adalah dengan mensubstitusikan persamaan gerak pada persamaan (3) sampai dengan Persamaan (5) dengan persamaan gaya dan momen eksternal pada persamaan (6) sampai dengan Persamaan (8). Selanjutnya, komponen percepatan linier dan angular serta kecepatan linier dan angular pada kerangka sumbu bumi yang dinotasikan dengan $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ pada persamaan (3) sampai Persamaan (5) dan Persamaan (6) sampai Persamaan (8), sehingga jika disubstitusi dapat dilihat pada persamaan (9) sampai dengan Persamaan (11), yaitu:

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} - my_G\dot{r} + mz_G\dot{q} = -m[-vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_Gpq + z_Gpr] + X_{HS} + X_{u|u}|u| + X_{uv}uv + X_{uw}uw + X_{v|v}|v| + X_{vr}vr + X_{w|w}|w| + X_{wq}w\dot{q} + X_{qq}q\dot{q} + X_{rr}r\dot{r} + X_{prop} \quad (9)$$

$$(m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - mz_G\dot{p} + (mx_G - Y_r)\dot{r} = -m[-vp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_Gqr + x_Gqp] + Y_{HS} + Y_{uu}\delta_r u^2 (\delta_{r_{top}} + \delta_{r_{bottom}}) + Y_{ur}ur + Y_{uv}uv + Y_{v|v}|v| + Y_{wp}wp + Y_{pq}pq \quad (10)$$

$$(I_{zz} - N_r)\dot{r} - my_G\dot{u} + (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} = -(I_{yy} - I_{xx})pq + m[x_G(-wp + ur) - y_G(-vr + wq)] + N_{HS} + N_{uu}\delta_s u^2 \delta_s + N_{ur}ur + N_{uv}uv + N_{wp}wp + N_{pq}pq \quad (11)$$

Persamaan kinematik gerak AUV dapat dinyatakan dengan persamaan:

$$\dot{x} = c\psi c\theta u - s\psi c\phi v + c\psi s\theta s\phi v + s\psi s\phi w + c\psi c\phi s\theta w \quad (12)$$

$$\dot{y} = s\psi c\theta u + s\psi c\phi v + s\phi s\theta s\psi v - c\psi s\phi w + s\theta c\psi s\phi w \quad (13)$$

$$\dot{\psi} = c\phi q - s\phi r \quad (14)$$

Sehingga *surge*, *sway*, dan *yaw* dapat dinyatakan dalam persamaan (15).

$$\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + [B][\delta_r] \quad (15)$$

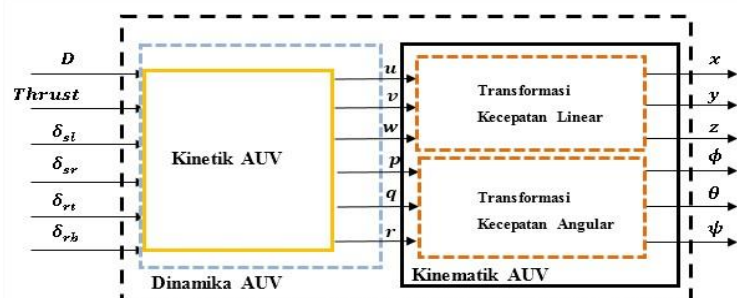
Selanjutnya pada persamaan (15) dimasukkan nilai parameter dari *plant* yang ditunjukkan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Parameter *plant* AUV

Parameter	Simbol	Nilai	
Massa	M	18.826	Kg
Momen Massa	I	0.0727	kg m ²
	I _{yy}	1.77	kg m ²
Panjang	L	1.3	M
		91	
Radius Lambung	R	0.0	M
		76	
Jarak fin dari	x _{fin}	0.5	M
		37	
Lokasi Pusat Massa	[x _G , y _G , z _G]	[-0.012, 0, 0.0048]	m

Persamaan (15) menghasilkan percepatan linear dan *angular* dari AUV ($\dot{u}, \dot{v}, \dot{r}$), oleh karena itu, data percepatan tersebut. Selanjutnya dapat digunakan untuk mendapatkan kecepatan dari AUV (u, v, r). Data kecepatan AUV dapat diperoleh dengan cara mengintegrasikan persamaan (15) tersebut (jika pada *real plant* data tersebut diambil dari proses estimasi nilai sensor IMU) dan data posisi dari AUV relative terhadap sumbu bumi (x, y, ψ) dapat diperoleh dengan cara mengintegrasikannya.

AUV yang digunakan dalam penelitian ini memiliki actuator yang terdiri dari *propeller*, *rudder (top dan bottom)* dan *stern (right dan left)*. AUV memiliki kecepatan yang tetap, sehingga nilai dari parameter *propeller thrust* (X_{prop}) dan *torque* (K_{prop}) juga bernilai tetap. Setiap pergerakan dari AUV akan menghasilkan perubahan posisi sudut *roll pitch* dan *yaw*. Perubahan sudut tersebut bergantung terhadap perubahan defleksi *rudder top* (δ_{rt}), *rudder bottom* (δ_{rb}), *stern right* (δ_{sr}), dan *stern left* (δ_{sl}). Deskripsi model dinamika AUV dapat ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Dinamika Model AUV

3.2 Perancangan Sistem Kontrol

Kontroler yang digunakan dalam penelitian ini adalah *State Dependent-Linear Quadratic Tracking* (SD-LQT) yang diterapkan untuk mengendalikan sudut *yaw* dalam melaksanakan gerak *steering*. Ketika AUV melakukan gerakan *steering*, maka tidak hanya sumbu tersebut yang mengalami perubahan, namun juga menyebabkan perubahan pada sudut lainnya (*pitch* dan *roll*), dikarenakan pada *plant* ini digunakan model dengan *full state*, yaitu 12 *state*.

Kontrol yang digunakan untuk pengendalian gerak *steering* dalam penelitian ini adalah *State Dependent-Linear Quadratic Tracking (SD-LQT)*. Perancangan kontroler SDRE dapat dilihat pada Gambar 2. Pada perhitungan model matematis, didapatkan persamaan *state space* seperti pada Persamaan (15), kemudian untuk mendapatkan persamaan ($\dot{u}, \dot{v}, \dot{r}$), didapatkan dengan cara membagi persamaan *state* dengan koefisien dari percepatan tersebut yang mengacu pada Tabel 1, maka didapatkan Persamaan (16) sampai dengan Persamaan (21) berikut:

$$\dot{u} = \frac{b_{11}.u+b_{12}.v+b_{13}.w+b_{14}.p+b_{15}.q+b_{16}.c+c_1}{a_{11}+a_{15}+a_{16}} \quad (16)$$

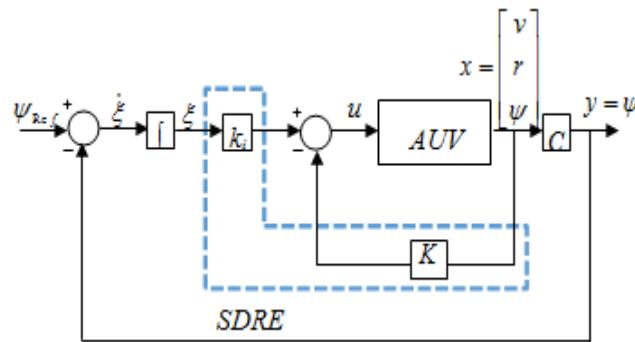
$$\dot{v} = \frac{b_{21}.u+b_{22}.v+b_{23}.w+b_{24}.p+b_{25}.q+b_{26}.c+c_2}{a_{22}+a_{24}+a_{26}} \quad (17)$$

$$\dot{w} = \frac{b_{31}.u+b_{32}.v+b_{33}.w+b_{34}.p+b_{35}.q+c_3}{a_{33}+a_{34}+a_{35}} \quad (19)$$

$$\dot{p} = \frac{b_{41}.u+b_{42}.v+b_{43}.w+b_{45}.q+c_4}{a_{42}+a_{43}+a_{44}} \quad (19)$$

$$\dot{q} = \frac{b_{51}.u+b_{52}.v+b_{53}.w+b_{54}.q+c_5}{a_{51}+a_{53}+a_{55}} \quad (20)$$

$$\dot{r} = \frac{b_{61}.u+b_{62}.v+b_{63}.w+b_{64}.q+c_6}{a_{61}+a_{62}+a_{66}} \quad (21)$$



Gambar 2. Perancangan *steering* AUV (*Inner Loop Control*) menggunakan Metode SDRE.

Ketika AUV bergerak di bidang horizontal, perubahan sudut *rudder* akan menghasilkan *moment yaw* dan menghasilkan perubahan arah hadap untuk AUV. Pada kontrol *steering* dalam aplikasinya dibutuhkan tiga *state* yaitu, *sway velocity* ($v(t)$), *yaw angle rate* ($r(t)$), dan *yaw angle* ($\psi(t)$). Persamaan gerak *steering* secara matematis adalah :

$$\dot{\psi} = \frac{\sin \phi}{\cos \theta} q + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} r \quad (22)$$

$$m\dot{v} - mz_G\dot{p} + mx_G\dot{r} - Y_{\dot{v}}\dot{v} - Y_{\dot{r}}\dot{r} = mwp - mur + my_Gr^2 + my_Gp^2 - mz_Gqr - mx_Gqp + Y_{HS} + Y_{v|v}|v| + Y_{ur}ur + Y_{wp}wp + Y_{pq}pq + Y_{uv}uv + Y_{uu}\delta_r u^2 \quad (23)$$

$$I_{zz}\dot{r} - mx_G\dot{v} + my_G\dot{u} - N_{\dot{v}}\dot{v} - N_{\dot{r}}\dot{r} = I_{YY}pq + I_{xx}pq - mx_Gwp + mx_Gur + my_Gvr - my_Gwq + N_{HS} + N_{ur}ur + N_{wp}wp + N_{pq}pq + N_{uv}uv + N_{uu}\delta_r u^2 \quad (24)$$

Jika dituliskan dalam bentuk matrik, maka persamaan (22) - (24) adalah :

$$\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + [B][\delta_r] \quad (25)$$

$$\text{dengan } A = \begin{bmatrix} Y_{uv}u + Y_{v|v}|v| & -mu + my_Gr - mz_Gq + Y_{ur}u & 0 \\ my_Gr + N_{uv}u & mx_Gu + N_{ur}u & 0 \\ 0 & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} Y_{uu}\delta_r u^2 \\ N_{uu}\delta_r u^2 \delta_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dari Persamaan (22) sampai dengan Persamaan (24) dapat dicari parameterisasi *state dependent coefficient* dengan cara menurunkan semua persamaan terhadap masing-masing argument sehingga didapatkan parameterisasi seperti pada Persamaan (25).

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{v}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial \psi} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \psi} \\ \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{v}}{\partial \delta_r} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial \delta_r} \\ \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \delta_r} \end{bmatrix} \delta_r \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Y_{uv}u + 2Y_{v|v|}v & -mu + 2my_Gr - mz_Gq + Y_{ur}u & 0 \\ my_Gr + N_{uv}u & mx_Gu + my_Gv + N_{ur} & 0 \\ 0 & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{uu}\delta_r u^2 \\ N_{uu}\delta_r u^2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (25) \end{aligned}$$

Desain kontrol SDRE-LQT berdasarkan struktur system servo 1, dari persamaan dinamika AUV (2.1) diatas maka harus dilakukan proses linearisasi menggunakan matriks Jacobi pada persamaan (25) dalam desain control SDRE-LQT menggunakan system servo 1, maka harus dibuat *state augmented*, sehingga gambar 2.2 dalam bentuk *closed loop* dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan *state augmented* adalah

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{st} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} (\infty) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{st} \\ \xi \end{bmatrix} (\infty) + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u_{cc}(\infty) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{st} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} (\infty) = \tilde{x}_{st} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{B}} \quad (27)$$

Sehingga persamaan (26) dapat dituliskan dalam persamaan parameterisasi *state dependent coefficient* (SDC) seperti pada persamaan (28).

$$\tilde{\dot{x}}_{st} = \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{x}_{st})\tilde{x}_{st} + \tilde{\mathbf{B}}(\tilde{x}_{st})u_{cc} \quad (28)$$

Dimana :

$$\mathbf{A}(x_{st}) = \begin{bmatrix} Y_{uv}u + 2Y_{v|v|}v & -mu + 2my_Gr - mz_Gq + Y_{ur}u & 0 \\ my_Gr + N_{uv}u & mx_Gu + my_Gv + N_{ur} & 0 \\ 0 & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} & 0 \end{bmatrix} invr^{-1} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} nvr &= \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}(x_{st}) &= \begin{bmatrix} Y_{uu}\delta_r u^2 \\ N_{uu}\delta_r u^2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{x}_{st})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{B}}(\tilde{x}_{st})$$

Setelah kita mendapatkan nilai matrik $\tilde{\mathbf{A}}(\tilde{x}_{st})$ dan $\tilde{\mathbf{B}}(\tilde{x}_{st})$, maka langkah selanjutnya yaitu menentukan matrik pembobot \mathbf{Q} dan \mathbf{R} yang tepat guna mendapatkan *gain feedback* dan sinyal kontrol yang tepat. Pemilihan Matrik \mathbf{Q} dan \mathbf{R} berfungsi untuk meminimumkan Indeks Performansi, seperti pada Persamaan (30).

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\tilde{x}_{st}^T \mathbf{Q}(\tilde{x}_{st}) \tilde{x}_{st} + u_{cc}^T \mathbf{R}(\tilde{x}_{st}) u_{cc}) dt \quad (30)$$

Kemudian dengan matrik \mathbf{Q} dan \mathbf{R} , langkah berikutnya yaitu menyelesaikan persamaan SDRE yang ditunjukkan pada Persamaan(31).

$$\tilde{\mathbf{A}}^T(\tilde{x}_{st})\mathbf{P}(\tilde{x}_{st}) + \mathbf{P}(\tilde{x}_{st})\tilde{\mathbf{A}}(\tilde{x}_{st}) - \mathbf{P}(\tilde{x}_{st})\tilde{\mathbf{B}}(\tilde{x}_{st})\mathbf{R}^{-1}(\tilde{x}_{st})\tilde{\mathbf{B}}^T(\tilde{x}_{st})\mathbf{P}(\tilde{x}_{st}) + \mathbf{Q}^T(\tilde{x}_{st})\mathbf{Q}(\tilde{x}_{st}) = 0 \quad (31)$$

Penyelesaian ini digunakan untuk memperoleh matriks *Riccati* $\mathbf{P}(x_{st})$ dengan bantuan matriks $\tilde{\mathbf{A}}(\tilde{x}_{st})$, $\tilde{\mathbf{B}}(\tilde{x}_{st})$, dan matriks pembobot \mathbf{Q} dan \mathbf{R} , sehingga penghitungan *gain feedback* dan sinyal kontrol pada Persamaan (32) dan (33) dapat dilakukan.

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}(\tilde{x}_{st})\mathbf{B}^T(x)\mathbf{P}(\tilde{x}_{st}) \quad (32)$$

$$u_{cc} = -k_s x_{st} + k_i \xi \quad (33)$$

Dalam penelitian ini, untuk pemilihan matriks pembobot, dilakukan melalui proses *trial and error* dengan mempertimbangkan pedoman yang ada dan dipilih nilai matriks \mathbf{Q} dan \mathbf{R} sebesar:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 27 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 27 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 29.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 28 \end{bmatrix} \quad (34)$$

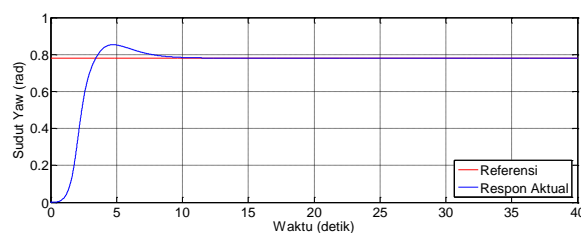
$$\mathbf{R} = 29.5 \quad (35)$$

4. PEMBAHASAN

Dalam bab ini dibahas tentang hasil yang didapatkan dari beberapa pengujian yang berbeda diantaranya respon *step* sistem. Tujuan pengujian respon *step* adalah untuk mengetahui ukuran kualitas sistem. Pengujian dilakukan dengan memberikan sinyal referensi berupa sinyal *step*. Pemberian sinyal referensi *step* pada penelitian ini menggunakan nilai dari defleksi *rudder* 0.78 rad.

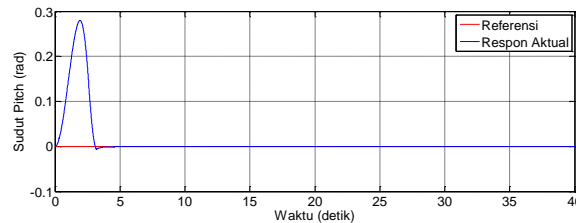
4.1 Respon Step sistem Dengan Kontrol SDRE-LQT.

Tujuan pengujian respon *step* adalah untuk mengetahui ukuran kualitas sistem. Pengujian dilakukan dengan memberikan sinyal referensi berupa sinyal *step*. Pemberian sinyal referensi *step* pada penelitian ini menggunakan nilai dari defleksi *rudder* maksimal yaitu 0.78 rad.



Gambar 3. Respon *step* sudut yaw.

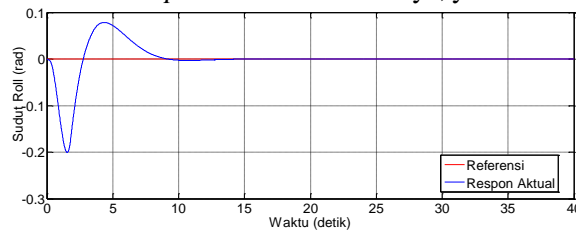
Respon *step* sudut *yaw* ditunjukkan pada Gambar 3. Hal ini ditunjukkan dengan nilai *time constant* sebesar $\tau = 1.9904$ detik. Respon sistem juga tidak terlalu terlambat terhadap masukannya, hanya ada *delay* sekitar $t_d = 1.3793$ detik. Respon sistem telah muncul secara utuh dalam selang waktu sekitar $t_r = 5.860$ detik. Cukup butuh waktu yang tidak terlalu lama agar respon berada di sekitar nilai *steady state*, yaitu $t_s = 5.9703$ detik. Akan tetapi terdapat *overshoot* pada kondisi transien, dengan nilai maksimum *overshoot* sebesar $M_p = 9.35\%$. Selain itu, sistem kontrol yang didesain juga mampu membawa keluaran sistem sesuai dengan referensinya, yaitu 0.78 rad dengan nilai *error steady state* $= -0.01282\%$.



Gambar 4. Respon *step* sudut *pitch*.

Gambar 4. menunjukkan *respon step* sudut *pitch*. Respon ini muncul dengan melakukan pengujian gerakan maju dari AUV dan sudut *yaw* diarahkan 0.78 rad.

Dapat dilihat bahwa $t_p = 1.914$ detik dan $M_p = 27.97\%$. selain itu, sistem kontrol yang didesain juga mampu membawa sudut *pitch* sesuai referensinya, yaitu 0 radian.



Gambar 5. Respon *step* sudut *Roll*.

Sedangkan respon *step* untuk sudut *roll* ditunjukkan pada Gambar 5. Terlihat dengan jelas bahwa sistem kontrol yang di desain mampu menstabilkan sudut *roll*, yaitu dengan ditunjukkannya respon sudut *roll* berada disekitar nilai 0 radian. Deviasi sudut *roll* yang terjadi di awal, dikarenakan efek perubahan sudut *yaw* dan *pitch* pada saat AUV mulai bergerak maju.

5. KESIMPULAN

Metode control SDRE-LQT bekerja dengan cukup baik ketika ada faktor non linearitas dari sistem, yaitu pengaruh dari sudut *roll* dan sudut *pitch* yang mempengaruhi *state* sudut *yaw*, yang menyebabkan timbulnya *overshoot* dan *undershoot*, dimana kontroler SDRE-LQT mampu mengendalikan sudut *yaw* AUV sesuai dengan perubahan sinyal referensi yang diberikan dengan *error steady state* kecil, yaitu $e = -0.01282\%$.

DAFTAR PUSTAKA

- Bian, X., Qu, Y., Yan, Z., & Zhang, W. (2010). Nonlinear Feedback Control for Trajectory Tracking of an Unmanned Underwater Vehicle. *The 2010 IEEE International Conference on Information and Automation*, 1387–1392.
- Fossen, T. I. (1994). *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. Chichester: John Wiley and Sons Ltd.
- Fossen, T. I. (2002). *Marine Control Systems Guidance, Navigation, and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Trondheim: Marine Cybernetics.
- Fossen, T. I. (2011). *Handbook of Marine Craft Hydrodynamic and Motion Control*. Trondheim: John Wiley and Sons Ltd.

- Helgason, B. (2012). *Low Speed Modeling and Simulation of Gavia AUV*. Reykjavik University.
- Refsnes, J. E. G. (2007). *Nonlinear Model-Based Control of Slender Body AUVs*. Norwegian University of Science and Technology.
- Sutarto, H., & Budiyono, A. (2011). Development of Linear Parameter Varying Control System for Autonomous Underwater Vehicle. *Indian Journal of Marine Sciences*, 40(2), 275–286.
- Yang, C. (2007). *Modular Modeling and Control for Autonomous Underwater Vehicle (AUV)*. National University of Singapore.
- Yildiz, O., Yilmaz, A. E., & Gokalp, B. (2009). State-of-the-Art System Solutions for Unmanned Underwater Vehicles. *Radioengineering*, 18(4), 590–600.
- Yuh, J. (1994). Learning Control for Underwater Robotic Vehicles. *IEEE Control Systems*, 14(2), 39–46. <https://doi.org/10.1109/37.272779>
- Yuh, J. (2000). Design and control of autonomous underwater robots: A survey. *Autonomous Robots*, 8(1), 7–24. <https://doi.org/10.1023/A:1008984701078>

Biodata Penulis



Muhammad Hasan Basri, Lahir di Sumenep, pada tanggal 14 Agustus 1983, Penulis adalah Dosen Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Nurul Jadid. Penulis mengajar mata kuliah Fisika Teknik, Medan Elektromagnetik, dan fokus pada bidang instrument dan Power.