

Aplikasi Petri net Pada Sistem Identifikasi Sidik Jari

Rani Kurnia Putri

Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Jalan Ngagel Dadi IIIB/37, Kota Surabaya
rani@unipasby.ac.id

Abstrak

Sebagai sebuah model matematika, petri net dapat didefinisikan sebagai grafik dua arah yang terdiri dari *place*, *transisi* dan tanda panah sebagai penghubung antara keduanya. Disamping itu, untuk merepresentasikan keadaan didalam suatu sistem, token harus diposisikan pada N *place* tertentu, sehinggal ketika transisi dalam *state* (aktifitas) tersebut terpantik, token akan bertransisi sesuai tanda panah. P (*Place*) menggambarkan aktifitas pada suatu sistem, T (*Transisi*) menggambarkan transisi atau perpindahan dari setiap aktifitas, dan Token (benda bulat didalam $P1$) menggambarkan status dari aktifitas *state* tersebut. Pada penelitian ini, dibahas mengenai aplikasi petri net pada sistem pengenalan sidik jari menggunakan pendekatan aljabar max plus. Pendekatan aljabar max-plus mampu menentukan dan menganalisa sifat sistem pengenalan sidik jari dengan sinkronisasi. Dalam proses identifikasi sidik jari, satuan waktu yang digunakan adalah detik, dimana $a(1)$ merupakan awal waktu proses, dan $i(1)$ merupakan waktu selesai proses, sehingga ketika seluruh proses identifikasi telah dilalui, diperoleh nilai optimum untuk setiap aktifitas *state*.

Kata kunci: petri net, aljabar *max-plus*, identifikasi sidik jari

Abstract

As a mathematical model, petri net can be defined as a two-way graph consisting of places and transition connected by arrows. However, Tokens must be positioned at certain N places to represent a state in a system. Thus, when the transition in the state (activity) is ignited, the token will move according to the arrow. P (*Place*) describes the activities in a system, T (*Transition*) describes the transition or movement of each activity and Token (small circle in $P1$) describes the status of the activity state. This research discusses the application of petri net on a fingerprint recognition system using the max plus algebraic approach. The max-plus algebra approach is able to determine and analyze the nature of fingerprint recognition system by synchronization. In the fingerprint identification process, the unit of time used is seconds, where $a(1)$ is the beginning of process time, and $i(1)$ is the time of completion of the process, so that the optimum value for each activity state is obtained.

Keywords: petri net, max-plus algebra, fingerprint identification

1. PENDAHULUAN

Sebagai sebuah *tools*, petri net dapat diaplikasikan dalam pemodelan dan analisis matematika, namun hanya pada sistem yang ber even diskrit, dimana perubahan setiap kejadian (even) terjadi pada titik-titik diskrit, atau dapat dikatakan bahwa setiap perubahan kejadian (even) dapat ditentukan dan dijadwalkan. Karena sistem yang digunakan adalah sistem even diskrit, maka petri net pasti memuat sistem yang terdiri atas sejumlah *resources*. Salah satu karakteristik dari sistem even diskrit adalah “kedinamika”annya, dimana perilaku sistem even diskrit ditentukan oleh suatu even daripada waktu. Suatu even dalam hal ini adalah keadaan awal atau akhir dari suatu aktifitas.

Sebagai sebuah model matematika, petri net dapat didefinisikan sebagai grafik dua arah yang terdiri dari *place*, *transisi* dan tanda panah sebagai penghubung antara keduanya. Disamping itu, untuk merepresentasikan keadaan didalam suatu sistem, token harus diposisikan pada N *place* tertentu, sehinggalah ketika transisi dalam *state* (aktifitas) tersebut terpantik, token akan bertransisi sesuai tanda panah. P (*Place*) menggambarkan aktifitas pada suatu sistem, T (*Transisi*) menggambarkan transisi atau perpindahan dari setiap aktifitas, dan Token (benda bulat didalam P_1) menggambarkan status dari aktifitas *state* tersebut (Subiono, 2015).

Pada penelitian ini, dibahas mengenai aplikasi petri net pada sistem pengenalan sidik jari menggunakan pendekatan aljabar max plus. Penelitian ini penting untuk dilakukan karena dari desain petrinet sistem pengenalan sidik jari menggunakan *software pipe* 4.3.1 tersebut, akan dipastikan bahwa sistem tidak akan mengalami *deadlock* (sistem dapat berjalan tanpa kendala), kemudian dari sistem yang telah dipastikan tidak mengalami *deadlock* tersebut, dilakukan perhitungan menggunakan pendekatan aljabar max plus, sehingga diperoleh waktu optimal sistem pengenalan sidik jari secara keseluruhan. Hal ini bertujuan untuk mengoptimalkan waktu tunggu di setiap proses pengenalan sidik jari dalam satu kali sistem tersebut berjalan.

Pendekatan aljabar max-plus mampu menentukan dan menganalisa sifat sistem pengenalan sidik jari dengan sinkronisasi. Walaupun hanya sinkronisasi tanpa konkurensi, dimana maksudnya adalah sistem tidak dapat berjalan secara bersamaan dalam satu waktu. Namun walaupun demikian, pendekatan ini sudah dapat menganalisa perilaku sistem secara keseluruhan. Selain diaplikasikan pada sistem pengenalan sidik jari, aplikasi petrinet dan aljabar max plus juga telah diaplikasikan pada beberapa penelitian yaitu, “*Aplikasi Aljabar Max-Plus Pada Pemodelan Dan Penjadwalan Busway Yang Diintegrasikan Dengan Kereta Api Komuter*” milik Subiono dan Fahim (2013), “*The Delay Simulation on Hierarchical Structure for Semi Double Track of Railway Line Using Max-Plus Algebra*” milik Utomo dan Arfi (2019).

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Aljabar Max Plus

Definisi aljabar max-plus (Indriyani & Subiono, 2016)

Diberikan $\mathbb{R}_\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ dimana \mathbb{R} adalah himpunan semua bilangan real dan $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} -\infty$. Pada \mathbb{R}_ε didefinisikan operasi berikut: $\forall x, y \in \mathbb{R}_\varepsilon$,

$$x \oplus y \stackrel{\text{def}}{=} \max\{x, y\} \text{ dan } x \otimes y \stackrel{\text{def}}{=} x + y.$$

untuk selanjutnya operasi \oplus dibaca *o-plus* dan operasi \otimes dibaca *o-times* dan juga penulisan $(\mathbb{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ ditulis sebagai \mathbb{R}_{max} . Selain definisi diatas, dalam aljabar max-plus.

2.2 Petri-Net

Menurut Subiono (2015) Petri net merupakan alat untuk melakukan pemodelan dan analisis yang cocok untuk sistem dengan kejadian diskrit. Dengan menggunakan petri net akan diketahui deskripsi matematis dari struktur sistem tersebut, yang kemudian dapat dilakukan analisis terhadapnya. Petri net berkaitan dengan suatu *event* dimana masing-masing *event* terdiri dari transisi dan *place*. Agar suatu event dapat terjadi, maka beberapa keadaan dalam event tersebut harus dipenuhi. *Place* berfungsi sebagai input maupun output dalam suatu transisi, ketika *place* berperan sebagai input, *place* menyatakan keadaan yang harus dipenuhi agar transisi dapat terjadi. Setelah transisi terjadi, maka keadaan akan berubah. Perubahan tersebut menyatakan suatu output dari transisi tersebut.

Notasi yang digunakan dalam petri net dinyatakan dalam 4-tuple (P, T, A, w) dengan,

P : himpunan berhingga *place*, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$

T : himpunan berhingga transisi, $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$

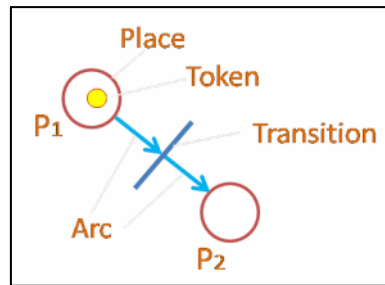
A : himpunan *arc*, $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$

w : fungsi bobot, $w : A \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$

2.3 Tanda Petrinet dan Ruang Keadaan

Transisi dalam Petri net dinyatakan dalam *event*, kemudian *place* menyatakan suatu kondisi agar *event* dapat terjadi. *Token* dinyatakan sebagai suatu “dot (titik)” yang diletakkan di *place* yang menyatakan terpenuhi tidaknya suatu kondisi. Secara grafik *token* digambarkan dengan *dot*

dan diletakkan di dalam *place*. Jika jumlah *token* besar maka dituliskan dengan angka (Cassandras, 1993).



Definisi 2.2.1 (Cassandras, 1993).

“Penanda (*marking*) x pada Petri net merupakan suatu fungsi $x : P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ ”

Definisi 2.2.2 (Cassandras, 1993).

“Petri net bertanda (*marked*) dinotasikan kedalam 5-tuple (P, T, A, w, x_0) dimana (P, T, A, w) adalah Petri net dan x_0 adalah penanda awal”

Definisi 2.2.3 (Cassandras, 1993).

“Keadaan (*state*) Petri net bertanda adalah $x = [x(p_1), x(p_2), \dots, x(p_n)]^T$.”

Definisi 2.2.4 (Cassandras, 1993).

“Transisi $t_j \in T$ pada Petri net bertanda *enabled* jika $x(p_i) \geq w(p_i, t_j), \forall p_i \in I(t_j)$.”

2.4 Representasi Petri net

Representasi petrinet dinyatakan kedalam dua matriks yang disebut matriks *backward incidence* dan *forward incidence*. Masing-masing matriks berukuran $n \times m$ dengan n adalah jumlah *place* dan m adalah jumlah transisi. Elemen pada matriks *backward incidence* merepresentasikan bobot arah panah (*arc*) yang menghubungkan *place* ke transisi. Jika tidak ada panah (*arc*) yang menghubungkan *place* ke transisi maka diisi nol. Jelas bahwa *place* dalam ha ini merupakan *place* input dari transisi. Penjabaran serupa juga berlaku untuk matriks *forward incidence*. Bedanya elemen pada matriks *forward incidence* merupakan bobot *arc* yang menghubungkan transisi ke *place* sehingga merupakan *place* output dari transisi (Subiono, 2015).

Definisi 2.3.1 (Cassandras, 1993)

“Matriks *backward (forward) incidence* yang merepresentasikan Petri net adalah matriks berukuran $n \times m$ dengan elemen baris ke- i kolom ke- j adalah $A_b(i, j) \stackrel{\text{def}}{=} w(p_i, t_j)$ ($A_f(i, j) \stackrel{\text{def}}{=} w(t_j, p_i)$)”

3. METODE PENELITIAN

Adapun tahapan-tahapan metode penelitian diuraikan sebagai berikut:

a. Pengumpulan Data

Data yang dikumpulkan merupakan data sekunder dari *database fingerprint* yang diperoleh dari kepegawaian Universitas PGRI Adi Buana Surabaya

b. Penentuan model identifikasi sidik jari

Model petri net identifikasi sidik jari didesain menggunakan *software pipe* 4.3.1

c. Analisis model Petrinet

Desain model petrinet diterjemahkan kedalam sistem persamaan Aljabar *Max Plus* dan diberikan bobot waktu.

d. Penyelesaian Numerik

Sistem persamaan Aljabar *Max Plus* dengan bobot waktu dalam bentuk matriks, dihitung menggunakan *Scilab*

e. Analisa hasil dan pembahasan

Pada tahapan ini hasil yang telah diperoleh dianalisis untuk kemudian diambil kesimpulan. Hasil analisis divalidasi berdasarkan data real

f. Simpulan

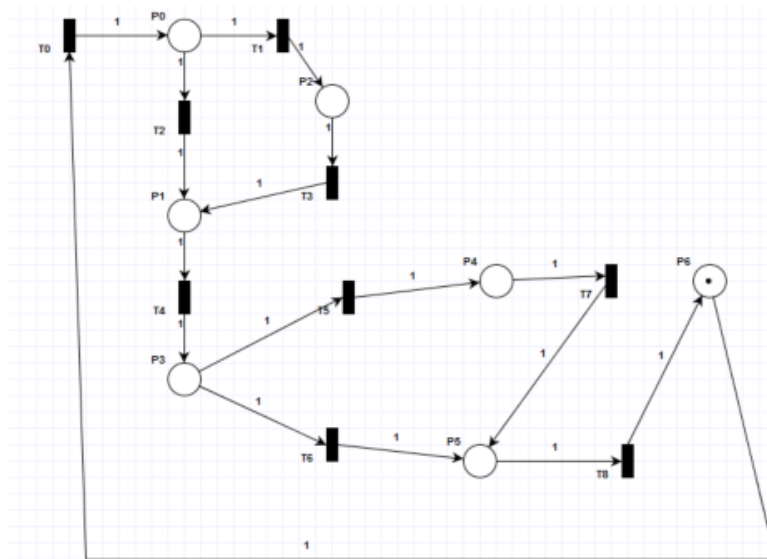
4. PEMBAHASAN

4.1 Pengumpulan Data

Data jalur identifikasi sidik jari diperoleh dari data *fingerprint* Universitas PGRI Adi Buana, kemudian data jalur tersebut direpresentasikan kedalam model petri net seperti yang tampak pada gambar 1.

4.2 Penentuan Model Identifikasi Sidik Jari

Berdasarkan data jalur identifikasi sidik jari, dilakukan penentuan model jalur identifikasi menggunakan petrinet dengan bantuan *software* pipe 4.3.1. Seperti pada Gambar 1 dibawah ini.



Gambar 1. Model petrinet

Keterangan:

Place

- p_0 : Akuisisi Sidik Jari
- p_1 : Klasifikasi Sidik Jari
- p_2 : Perbaikan Sidik Jari
- p_3 : Ekstraksi Ciri
- p_4 : Pengeditan Ciri
- p_5 : Pencocokan Sidik Jari
- p_6 : Verifikasi

Transisi

- t_0 : Sumber
- t_1 : Estimasi Kualitas Buruk
- t_2 : Estimasi Kualitas Baik
- t_3 : Proses Perbaikan Kualitas
- t_4 : Proses Ekstraksi Ciri
- t_5 : Proses Ekstraksi Ciri Buruk
- t_6 : Proses Ekstraksi Ciri Baik
- t_7 : Proses Perbaikan Ekstraksi Ciri Buruk
- t_8 : Proses verifikasi

4.3 Analisis model Petrinet

Berdasarkan Gambar 1 tersebut, penentuan keadaan awal dimulai dengan menempatkan satu token pada place p_0 sebagai inialisasi tanda awal. Setiap *place* yang tidak terisi token menunjukkan bahwa tidak terdapat proses identifikasi sidik jari. Dari model petrinet tersebut terdapat transisi t_0 yang *enable* karena tidak dipengaruhi oleh place apapun sehingga jika t_0 di fire maka token akan selalu bertambah pada *place* p_0 . Dan t_0 dan t_1 adalah transisi yang *enable*. Berikut ini langkah-langkah fire yang akan dilakukan sesuai dengan model petrinet pada gambar 1:

- t_0 di fire maka akan terdapat token pada p_0 . t_0 akan menjadi tidak enabled karena system harus menyelesaikan proses terlebih dahulu. Ketika t_0 di fire, ada dua transisi yang enable, yaitu t_1 dan t_2
- t_1 di fire maka token dari p_0 berpindah ke p_2 yaitu keadaan dimana identifikasi sidik jari dalam estimasi data terbaca dengan kurang baik, sehingga harus diperbaiki terlebih dahulu di p_2 . Jika telah selesai maka dilakukan fire t_3 untuk melanjutkan ke proses selanjutnya.
- t_2 di fire maka token berpindah ke p_1 yaitu keadaan klasifikasi sidik jari (p_1). Pada posisi ini, t_4 menjadi enable
- Jika t_4 di fire maka p_3 akan melakukan pengecekan ekstraksi ciri sidik jari. Yaitu mengubah hasil pencitraan sidik jari dalam bentuk matriks. Jika ekstraksi kurang baik, maka akan diperbaiki di p_4 setelah melewati t_5 dan t_7 . Jika ekstraksi terbaca dengan baik maka langsung menuju t_6
- Jika t_8 di fire maka p_6 akan bertambah satu token yang artinya proses ekstraksi telah selesai menuju verifikasi di p_6 yang artinya proses identifikasi sidik jari selanjutnya dapat dilakukan.

Pada tahap ini, Model petrinet berhasil difire sampai di transisi paling akhir, menunjukkan bahwa model tersebut tidak mengalami *deadlock* disetiap transisi dan place yang dilewati. Kemudian diperlukan perhitungan model matematika yang direpresentasikan kedalam matriks, untuk memastikan bahwa secara matematika model petrinet tersebut benar-benar dapat berjalan tanpa kendala.

Matriks *backward* dan *forward incidence* yang merepresentasikan petri net identifikasi sidik jari adalah matriks berukuran 7×9 dengan elemen baris ke-i ke kolom ke-j adalah

$$A_b(i, j) = w(p_i, t_j) \quad (1)$$

$$A_f(i, j) = w(t_j, p_i) \quad (2)$$

Matriks A adalah matriks *combined incidence*. Elemen matriks ini adalah bilangan bulat yang merupakan selisih bobot *arc place input* dan *output* menggunakan persamaan (1) dan (2) yaitu : $A(i, j) = w(t_j, p_i) - w(p_i, t_j)$

➤ Matriks Forward

$$A_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

➤ Matriks Backward

$$A_b = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Diperoleh Matriks Incidence:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dengan kondisi awal:

$$X_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan persamaan

$$x' = x + Au \text{ atau } x' = x + Ae_j \tag{3}$$

Maka akan dihasilkan keadaan setelah transisi t_0 di fire adalah sebagai berikut:

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dengan cara yang sama dapat dilakukan pem-fire-an transisi sampai t_9 yang selanjutnya.

4.4 Penyelesaian Numerik

Pada tahap ini, model petrinet telah dipastikan dapat di fire, tahap selanjutnya adalah mengubah model petrinet yang telah diperoleh ke dalam model aljabar max plus dengan bobot waktu, sebagai berikut:

- $a(k)$ = waktu mulai proses identifikasi sidik jari pada saat ke $-k$
- $b(k)$ = waktu proses estimasi kualitas buruk saat ke $-k$
- $c(k)$ = waktu proses estimasi kualitas baik saat ke $-k$
- $d(k)$ = waktu proses perbaikan kualitas saat ke $-k$
- $e(k)$ = waktu ekstraksi cirri saat ke $-k$
- $f(k)$ = waktu proses ekstraksi ciri buruk saat ke $-k$
- $g(k)$ = waktu proses ekstraksi ciri baik saat ke $-k$
- $h(k)$ = waktu proses perbaikan ciri buruk saat ke $-k$
- $i(k)$ = waktu proses pencocokan verifikasi saat ke $-k$
- $v_{a,k}$ = lamanya Akuisisi Sidik jari saat ke $-k$
- $v_{b,k}$ = lamanya Klasifikasi sidik jari buruk saat ke $-k$
- $v_{c,k}$ = lamanya Klasifikasi sidik jari baik saat ke $-k$
- $v_{d,k}$ = lamanya perbaikan klasifikasi buruk saat ke $-k$
- $v_{e,k}$ = lamanya ekstraksi ciri saat ke $-k$
- $v_{f,k}$ = lamanya ekstraksi ciri sidik jari buruk saat ke $-k$
- $v_{g,k}$ = lamanya ekstraksi ciri sidik jari baik saat ke $-k$
- $v_{h,k}$ = lamanya pencocokan sidik jari saat saat ke $-k$
- $v_{i,k}$ = lamanya idle saat ke $-k$

Dari gambar tersebut diperoleh model matematis aljabar maxplus sebagai berikut:

$$a(k) = v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1)) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} b(k) &= a(k) \otimes v_{b,k} \\ &= [v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1))] \otimes v_{b,k} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} c(k) &= b(k) \otimes v_{c,k} \\ &= [[v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1))] \otimes v_{b,k}] \otimes v_{c,k} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} d(k) &= b(k) \otimes v_{d,k} \\ &= \{[v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1))] \otimes v_{b,k}\} \otimes v_{d,k} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} e(k) &= (c(k) \oplus d(k)) \otimes v_{e,k} \\ &= \{([v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1))] \otimes v_{b,k}] \otimes v_{c,k} \oplus ([v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1))] \otimes v_{b,k}) \otimes v_{d,k}\} \otimes v_{e,k} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} f(k) &= e(k) \otimes v_{f,k} \\ &= \{([([v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1))] \otimes v_{b,k}] \otimes v_{c,k} \oplus ([v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1))] \otimes v_{b,k}) \otimes v_{d,k}) \otimes v_{e,k}) \otimes v_{f,k} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} g(k) &= e(k) \otimes v_{g,k} \\ &= \{([([v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1))] \otimes v_{b,k}] \otimes v_{c,k} \oplus ([v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1))] \otimes v_{b,k}) \otimes v_{d,k}) \otimes v_{e,k}) \otimes v_{g,k} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 h(k) &= f(k) \otimes v_{h,k} \\
 &= \left(\left(\left(\left(\left(\left[v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1)) \right] \otimes v_{b,k} \right] \otimes v_{c,k} \right) \oplus \left(\left[v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1)) \right] \otimes v_{b,k} \right] \otimes v_{d,k} \right) \right) \otimes v_{e,k} \right] \otimes v_{f,k} \right) \otimes v_{h,k}
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 i(k) &= (g(k) \oplus (h(k)) \otimes v_{i,k}) \\
 &= \left\{ \left(\left(\left(\left(\left(\left[v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1)) \right] \otimes v_{b,k} \right] \otimes v_{c,k} \right) \oplus \left(\left[v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1)) \right] \otimes v_{b,k} \right] \otimes v_{d,k} \right) \right) \otimes v_{e,k} \right) \right) \otimes v_{g,k} \right) \oplus \left(\left(\left(\left(\left[v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1)) \right] \otimes v_{b,k} \right] \otimes v_{c,k} \right) \oplus \left(\left[v_{a,k} \otimes (a(k-1) \oplus i(k-1)) \right] \otimes v_{b,k} \right] \otimes v_{d,k} \right) \right) \otimes v_{e,k} \right] \otimes v_{f,k} \right) \otimes v_{h,k} \right\} \otimes v_{i,k}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Dari persamaan (4) sampai (12) dibentuk Matriks aljabar maxplus:

$$\begin{pmatrix} a(k) \\ i(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{a,k} & v_{a,k} \\ x & y \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} a(k-1) \\ i(k-1) \end{pmatrix} \tag{13}$$

Dimana

$$\begin{aligned}
 x &= v_{a,k} \otimes v_{b,k} \otimes v_{c,k} \otimes v_{d,k} \otimes v_{e,k} \otimes v_{g,k} \\
 y &= v_{a,k} \otimes v_{b,k} \otimes v_{c,k} \otimes v_{d,k} \otimes v_{e,k} \otimes v_{f,k} \otimes v_{h,k} \otimes v_{i,k}
 \end{aligned}$$

Bila diberikan sampel path dari $v_{a,k}$ sampai $v_{i,k}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 v_{a,k} &= \{5, 5 \dots \dots\} \\
 v_{b,k} &= \{1, 1 \dots \dots\} \\
 v_{c,k} &= \{1, 1 \dots \dots\} \\
 v_{d,k} &= \{7, 7 \dots \dots\} \\
 v_{e,k} &= \{1, 1 \dots \dots\} \\
 v_{f,k} &= \{2, 2 \dots \dots\} \\
 v_{g,k} &= \{2, 2 \dots \dots\} \\
 v_{h,k} &= \{9, 9 \dots \dots\} \\
 v_{i,k} &= \{5, 5 \dots \dots\}
 \end{aligned}$$

Diperoleh

$$\begin{pmatrix} a(1) \\ i(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 17 & 31 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 31 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a(2) \\ i(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 17 & 31 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 5 \\ 31 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 \\ 62 \end{pmatrix}$$

Dalam proses perhitungan ini, artinya bahwa proses identifikasi sidik jari dilakukan dalam satuan detik, dimana $a(1)$ merupakan waktu awal proses dimulainya identifikasi, dan $i(1)$ menunjukkan waktu berakhirnya proses identifikasi dalam jalur petrinet yang telah digambarkan.

5. KESIMPULAN

Pada penelitian ini dilakukan identifikasi sidik jari menggunakan aplikasi petrinet dan pendekatan aljabar max plus. Aplikasi petrinet digunakan untuk membuat system identifikasi dipastikan dapat berjalan dan tidak mengalami *deadlock* di setiap transisi yang dilalui. Dari struktur system yang telah dipastikan dapat berjalan tersebut, dilakukan deskripsi dan perhitungan matematis menggunakan pendekatan aljabar max plus. Hasil dari perhitungan

Aljabar max plus diperoleh nilai optimal (dalam satuan detik) untuk setiap waktu awal dimulainya proses identifikasi $a(1)$ sampai waktu akhir $i(1)$ dari proses identifikasi sidik jari.

DAFTAR PUSTAKA

- Cassandras, C. G. (1993). *Discrete even system: Modelling and Performance Analysis*. Boston: Aksen.
- Fahim, K. (2013). Aplikasi Aljabar Max Plus Pada Pemodelan Dan Penjadwalan Busway Yang DIintegrasikan dengan Kereta Komuter. *Jurnal Teknik POMITS*, 1, 1–6.
- Indriyani, D., & Subiono, S. (2016). Scheduling Of The Crystal Sugar Production System in Sugar Factory Using Max-Plus Algebra. *International Journal of Computing Science and Applied Mathematics*, 2(3), 33–37. <https://doi.org/10.12962/j24775401.v2i3.2092>
- Subiono. (2015). *Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.
- Utomo, T., & Arfi, E. (2019). The Delay Simulation on Hierarchical Structure for Semi-Double Track of Railway Line Using Max-Plus Algebra. *Journal of Science and Application Technology*, 2(1), 96–99. <https://doi.org/10.35472/281421>

Biodata Penulis

Rani Kurnia Putri, M.Si, lahir di Pasuruan. Penulis pertama memperoleh gelar S.Si di bidang Matematika dari Fakultas MIPA Universitas Brawijaya pada tahun 2012, kemudian di tahun yang sama melanjutkan pendidikan strata 2 (S2) di Jurusan matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember dan memperoleh gelar M.Si pada tahun 2014. Selama penulis menempuh pendidikan Strata 2, penulis memfokuskan untuk mengkaji bidang matematika terapan. Saat ini, penulis bekerja menjadi Dosen di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas PGRI Adi Buana Surabaya sejak tahun 2015.